

MÁXIMO COMÚN DIVISOR Y MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

problemario



Nota del autor: sobre los ejercicios de este documento

Estimados(as) lectores(as),

Este compendio de ejercicios es parte del resultado de mi trayectoria y pasión por la enseñanza de las matemáticas. A lo largo de mi vida como profesor, he recopilado, creado y adaptado una gran variedad de problemas que considero útiles para el aprendizaje.

Es importante aclarar que los ejercicios aquí presentados provienen de diversas fuentes:

- **Creación propia:** Una parte considerable de los problemas ha sido ideada por mí, con el fin de ilustrar conceptos específicos de una manera clara y directa.
- **Adaptaciones:** Algunos ejercicios son modificaciones de problemas que me han sido compartidos por mis propios estudiantes, o que he encontrado en libros y en la web. He ajustado su dificultad, contexto o formulación para que se adapten mejor a los temas abordados.
- **Recopilaciones directas:** Finalmente, una porción de los problemas son reproducciones de ejercicios que mis estudiantes me han compartido o que he encontrado tal cual en fuentes públicas en línea.

Mi objetivo con este documento es simplemente compartir recursos para la comunidad de estudiantes y profesores. Por lo tanto, este material **puede ser compartido y distribuido libremente**. No duden en utilizarlo, modificarlo y compartirlo con quien crean que lo necesite.

Espero que estos ejercicios sean de gran ayuda en su camino por las matemáticas.

Por cierto, las imágenes de las portadas son de lugares que he visitado o que me han compartido mis amigos, espero poder promover a través ellas el deseo por cuidar nuestro planeta y de disfrutar la creación de Dios.

Con aprecio,

Uriel Maher.

Problemas para resolver con el Máximo Común Divisor (MCD)

Estos problemas implican dividir cantidades en partes iguales, encontrando el número más grande que las divide sin dejar residuo.

1. Problema de los dulces

María tiene 24 chocolates y 36 caramelos. Quiere empacarlos en bolsas que contengan la misma cantidad de cada tipo de dulce, usando el mayor número de bolsas posible. ¿Cuántos chocolates y cuántos caramelos habrá en cada bolsa?

Solución: Habrá 2 chocolates y 3 caramelos en cada una de las 12 bolsas.

2. Problema de las cintas

Un carpintero tiene dos tiras de madera, una de 80 cm y otra de 100 cm. Quiere cortarlas en trozos iguales, del mayor tamaño posible, sin que sobre ningún pedazo. ¿Cuánto medirá cada trozo?

Solución: Cada trozo medirá 20 cm.

3. **Problema de los libros**

Una biblioteca tiene 60 libros de aventuras y 90 libros de misterio. Se quieren organizar en estantes con la misma cantidad de libros de cada tipo, de modo que el número de estantes sea el mayor posible. ¿Cuántos estantes se usarán?

Solución: Se usarán 30 estantes, cada uno con 2 libros de aventuras y 3 de misterio.

4. **Problema del patio**

Un patio rectangular mide 15 metros de largo por 10 metros de ancho. Se quieren colocar baldosas cuadradas, todas del mismo tamaño, sin que sea necesario cortar ninguna. ¿Cuál es la medida más grande que pueden tener las baldosas?

Solución: Las baldosas pueden medir 5 metros por lado.

Problemas para resolver con el Mínimo Común Múltiplo (mcm)

Estos problemas buscan el momento en que dos o más eventos vuelven a coincidir, encontrando el primer número que es múltiplo de todos los números dados.

1. Problema de los autobuses

Un autobús pasa por una parada cada 15 minutos y otro lo hace cada 20 minutos. Si ambos se encuentran en la parada a las 7:00 a.m., ¿a qué hora volverán a coincidir?

Solución: Coincidirán de nuevo a las 8:00 a.m.

2. Problema de las baldosas

Se quiere embaldosar un pasillo que mide 2 metros de largo por 3 metros de ancho con baldosas cuadradas. Si hay baldosas que miden 15 cm y otras de 20 cm, ¿cuál es el tamaño más pequeño de baldosa cuadrada que se puede usar para cubrir completamente el pasillo sin cortarlas?

Solución: La medida más pequeña de baldosa es de 60 cm por lado.

3. **Problema del ciclista y el corredor**

Un ciclista da una vuelta a una pista de 1 km en 4 minutos, mientras que un corredor le da una vuelta en 6 minutos. Si ambos parten del mismo punto de salida al mismo tiempo, ¿después de cuántos minutos volverán a coincidir en el punto de partida?

Solución: Volverán a coincidir después de 12 minutos.

4. **Problema de los banderines**

En una pista de 4 km de longitud, se colocan banderines azules cada 150 metros y banderines amarillos cada 200 metros. Cada vez que ambos banderines coinciden en el mismo punto, se coloca un solo banderín de color blanco en su lugar.

a) ¿Cada cuántos metros hay banderines blancos?

b) ¿Cuántos banderines azules y amarillos se necesitan en total para toda la pista, sin contar los puntos donde coinciden?

Solución:

a) Hay banderines blancos cada 600 metros.

b) Se necesitan 27 banderines azules, 19 banderines amarillos y 6 blancos.

7. En una banda compuesta por un baterista, un guitarrista, un bajista y un saxofonista, el baterista toca en lapsos de 8 tiempos, el guitarrista en 12 tiempos, el bajista en 6 tiempos y el saxofonista en 16 tiempos. Si todos empiezan al mismo tiempo, ¿en cuántos tiempos sus periodos volverán a iniciar de manera simultánea?
8. Simón tiene una pista de carreras con dos autos. El primer auto le da una vuelta completa a la pista en 31 segundos y el segundo lo hace en 17 segundos. Carlos también tiene su pista de carreras con dos autos, pero el primero da una vuelta completa en 36 segundos y el segundo en 42 segundos. Como Carlos siempre pierde cuando juegan, propone a Simón que el ganador sea quien tenga en su pista sus dos autos situados en la meta al mismo tiempo. ¿Quién ganará?
9. Máximo quiere pintar una casa pequeña. Según sus cálculos, necesitará 12 litros de pintura roja, 24 litros de pintura verde y 16 litros de pintura blanca. Pero quiere comprar botes de pintura que tengan la misma cantidad de litros y que el número de botes sea el menor posible, ¿de cuántos litros debe ser cada bote y cuántos botes de cada color debe comprar Máximo?

10. Un sitio turístico en el Caribe ofrece tres diferentes cruceros: uno tarda 6 días en ir y regresar a su punto de inicio, el segundo tarda 8 días y el tercero tarda 10 días. Si los tres cruceros partieron al mismo tiempo hace 39 días, ¿cuántos días faltan para que vuelvan a partir el mismo día todos los cruceros?

11. Daniel y Matías compraron 40 y 32 caramelos, respectivamente, para una fiesta de cumpleaños. Quieren repartirlos entre todos los invitados de modo que cada uno de el mismo número de caramelos a cada persona, pero que todos los invitados tengan el mismo número de caramelos y sea máximo. Calcular el número máximo de invitados que deben asistir para que ninguno se quede sin caramelos.

12. Juan, Paul, David y Andrea van a correr a un parque todos los días. Juan le da una vuelta al parque en 2 minutos, Paul le da 3 vueltas al parque en 7 minutos con 30 segundos, David le da 4 vueltas en 9 minutos con 20 segundos y Andrea le da 2 vueltas al parque en 4 minutos con 20 segundos.

Si todos parten al mismo tiempo y del mismo lugar, contestar:

- ¿Quién es el más y el menos veloz?
- ¿Cuánto tardarían en encontrarse todos en el punto de partida?

13. Un acuario pequeño se quedó en bancarrota, por lo que otros acuarios van a comprar los peces que tienen. En total, se venderán 48 peces payaso, 60 peces globo, 36 tiburones bebés, 24 pulpos y 72 peces león.

Para la venta, se desea que los contenedores sean del mismo tamaño y que alberguen la mayor cantidad de animales posible. Además, en cada contenedor sólo puede haber peces de una única especie.

¿Cuántos peces debe haber por contenedor y cuántos contenedores se necesitan para cada especie?

14. Una empresa pequeña que vende leche cuenta con tres sucursales: una en el norte, una en el sur y una en el este. Sabemos que la sucursal del norte produce 300 botellas de leche diarios, la del sur produce 240 y la del este produce 360. Se quieren transportar estas botellas de leche en camionetas que lleven el mismo número de botellas, pero que sea el mayor número de botellas posible. ¿Cuántas botellas de leche debe transportar cada camioneta?

15. Una tienda compra memorias USB de diferentes colores al por mayor. Para Navidad hizo un pedido extraordinario de 84 memorias rojas, 196 azules y 252 verdes. Para guardar la mercancía de forma organizada, exigió que le enviaran las memorias en cajas iguales, sin mezclar los colores y conteniendo el mayor número posible de memorias.

Si se cumplen las exigencias de la tienda, ¿cuántas memorias habrá en cada caja y cuántas cajas de cada color habrá?

16. Un estudiante de Astronomía sabe que Venus le da la vuelta al Sol en 225 días y Marte en 687 días. Si sabe que la última vez que Venus, Tierra y Marte se alinearon fue hace 1 805 645 días, ¿en cuánto tiempo se volverán a alinear los 3 planetas en el mismo punto?

17. Jaime tiene una compañía que fabrica instrumentos musicales y tiene que suplir un pedido de 320 guitarras para la tienda A, 240 bajos para la tienda B, 400 saxofones para la tienda C y 160 teclados para la tienda D. Si Jaime decide utilizar camiones cargados con la misma cantidad de instrumentos, pero que sea la máxima posible para optimizar el tiempo, ¿cuántos camiones debe enviar a cada tienda?

18. Marcos quiere instalar en su jardín tres diferentes tomas de agua automáticas para regar. La primera toma se abrirá cada 6 horas, la segunda lo hará cada 8 horas y la tercera, cada 14 horas. Si la primera vez que inicia el contador es al mediodía, ¿cuántas veces al mes empezarán todas las tomas a regar al mismo tiempo?

19. Una empresa mexicana que fabrica celulares debe enviar un pedido de un millón de celulares a Europa. Esta empresa cuenta con cinco modelos de celulares: A1, A2, A3, A4 y A5. El pedido se especifica en la siguiente tabla:

	Unidades (x 1 000)
A1	230
A2	165
A3	155
A4	210
A5	240

El pedido se realiza en lotes con la misma cantidad de celulares y separados por modelo. Si se desea que la cantidad de lotes sea la mínima posible, ¿cuántos lotes de cada modelo debe haber?

20. Pablo está trazando los planos de un proyecto de mecánica sobre una hoja de dimensiones 56cm x 104cm. Necesita dibujar una cuadrícula de modo que:

- La cuadrícula está formada por cuadrados iguales (todos los lados iguales).
- El tamaño de los cuadrados debe ser máximo.
- La longitud en centímetros de los lados del cuadrado debe ser un número natural, es decir, sin decimales.

Calcular el número total de cuadrados que debe tener la cuadrícula.

Respuestas

- 4 cajas de invitaciones y 3 cajas de sobres.
- Dentro de 380 días.
- A cada persona le corresponden 6 dulces; David le repartirá a 4 familiares y Fernando a 3.
- David le dará 4 dulces a cada persona, mientras que Fernando les dará 3. Los amigos a los que se les repartirá dulces son 6 como máximo.
- 9
- El próximo día que coincidirán será dentro de 41 días, por lo que ninguno de los dos tenía razón.
- Cada 48 tiempos.
- Carlos será el ganador pues sus autos coincidirán cada 252 segundos.
- Cada bote debe tener una capacidad de 4 litros, por lo que Máximo necesita 3 botes de pintura roja, 6 de verde, y 4 de pintura blanca.
- 81 días.
- 9 personas.
- El más veloz es Juan y el menos veloz es Paul; en teoría tardarían 910 minutos en encontrarse nuevamente, aunque esto es poco probable que suceda.
-

ESPECIE	NO. DE PECES	CONTENEDORES
Payaso	48	4
Globo	60	5
Tiburón	36	3
Pulpo	24	2
León	72	6

- Cada camioneta debe transportar 60 botellas de leche.

15.

Color	Cajas
Rojo	3
Azul	7
Verde	9

16. 1 955 680 días.

17.

	A	B	C	D
Cantidad	320	240	400	160
Camiones	4	3	5	2

18. Aproximadamente 4 veces por mes.

19. Cada lote constará de 5 000 celulares distribuidos de la siguiente manera.

	Unidades (x 1 000)	Lotes
A1	230	46
A2	165	33
A3	155	31
A4	210	42
A5	240	48

20. 91 cuadrados.